

NOME e COGNOME..... MATRICOLA n.....

CORSO DI LAUREA.....

ORALE a dicembre ☐, a gennaio ☐

## Esame di Calcolo Matriciale, 14 dicembre 2004

1. Si consideri la matrice

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare una decomposizione a valori singolari di  $A$ .
- (b) Determinare una forma polare di  $A$ .

2. Si consideri per ogni  $\alpha \in \mathbb{C}$  la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \alpha & -\alpha \\ \alpha & 1 - \alpha \end{pmatrix}.$$

- (a) Per ogni  $k \in \mathbb{N}$  determinare gli interi  $p$  e  $q$  tali che  $A^k = pI + qA$ .
- (b) Calcolare  $e^A$ .
- (c) Calcolare la forma canonica di Jordan.

3. Si determinino gli autovalori e gli autovettori della matrice  $XY^*$  per  $X, Y \in \mathbb{C} \setminus \{O\}$ .

4. Si dica per quali valori  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  esiste ed è unica la fattorizzazione  $LL^*$  della matrice

$$M = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ -\beta & \alpha & \beta \\ 0 & -\beta & \alpha \end{pmatrix},$$

e la si calcoli per tali valori.

***N.B. I procedimenti, le risposte, i calcoli, debbono essere tutti brevemente giustificati. Sarà elemento di valutazione anche la chiarezza espositiva.***

***Questo foglio va compilato e consegnato insieme a tutti i fogli timbrati.***