

**Università del Salento**  
**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**  
**CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA INDUSTRIALE E CIVILE**  
**PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE**  
**10 giugno 2015**  
**Soluzioni**

Parte 1: Domande a risposta multipla.

1. Quali tra le seguenti proprietà *non* è posseduta dal vettore velocità angolare di un sistema rigido?
- ☒ Dipende dalla terna solidale al corpo rigido scelta per calcolarlo.
  - ☐ È l'unico vettore  $\vec{\omega}$  che permette di esprimere la velocità di un vettore  $\vec{w}$  solidale al corpo rigido come  $\dot{\vec{w}} = \vec{\omega} \times \vec{w}$
  - ☐ È definito tramite le formule di Poisson.
  - ☐ Si può esprimere tramite gli angoli di Eulero.
  - ☐ È usato per calcolare la velocità di ogni punto del sistema rispetto alla velocità di un punto fissato.

**Soluzione.** Nella dimostrazione dell'esistenza ed unicità della velocità angolare si dimostra anche che essa non dipende dalla terna solidale scelta.

2. Nota ad un certo istante  $t_0$  la posizione di un punto  $Q$  di un sistema rigido e i tre angoli di Eulero, si dica quale tra i seguenti strumenti permette di trovare tutte le posizioni di tutti gli altri punti a partire dalla configurazione iniziale.
- ☒ La matrice della rotazione definita dai tre angoli di Eulero.
  - ☐ Le equazioni cardinali della dinamica.
  - ☐ L'inversione delle formule di Poisson.
  - ☐ Le equazioni di Newton applicate al punto  $Q$ .
  - ☐ Le equazioni di Eulero del sistema rigido.

**Soluzione.** La matrice delle rotazioni permette di ottenere la configurazione cercata semplicemente moltiplicando il vettore della posizione iniziale. Le equazioni del moto non permettono di calcolare la configurazione poiché mancano le condizioni iniziali relative alla velocità.

3. Quanti sono i gradi di libertà di un sistema rigido formato da due punti vincolati a giacere su una superficie sferica ad una distanza  $d < r$ , dove  $r$  è il raggio della sfera?
- ☒ 3
  - ☐ 0
  - ☐ 1
  - ☐ 2
  - ☐ 4

**Soluzione.** Una volta fissato un punto sulla superficie (è necessario conoscere due sole coordinate per esso) l'altro punto dipende da un angolo sulla circonferenza che è tracciata sulla sfera dall'altro punto.

4. Nel modello con suolo cedevole si dica quale tra le seguenti affermazioni sulla statica di un corpo rigido pesante appoggiato al suolo è vera.
- ☒ Se gli appoggi non sono allineati le reazioni vincolari sono univocamente determinate.
  - ☐ Non è possibile determinare le reazioni vincolari se ci sono più di tre appoggi.
  - ☐ Le reazioni vincolari hanno sempre tutte lo stesso segno.
  - ☐ Le reazioni vincolari sono univocamente definite solo su alcuni dei punti di appoggio.
  - ☐ Le reazioni vincolari non bastano da sole a bilanciare il peso.

**Soluzione.** Le reazioni vincolari, nel caso in esame, sono sempre univocamente determinate, a parte casi degeneri.

5. Quale tra le seguenti affermazioni sul moto del baricentro di un sistema rigido è vera?

- ☒ Il moto dipende esclusivamente dagli angoli di Eulero.
- ☐ Il moto non è influenzato dalla posizione dei punti del sistema.
- ☐ Il moto dipende solo dal momento angolare del sistema.
- ☐ Il moto dipende da entrambi i vettori caratteristici del sistema.
- ☐ Il risultante del sistema non dipende dalla posizione del baricentro.

Soluzione. Il moto dipende dalla configurazione di tutti i punti del sistema, quindi anche dagli angoli di Eulero.

#### Parte 2: Esercizio 1

1. x

Soluzione. y

#### Parte 3: Esercizio 2

1. x

Soluzione. y